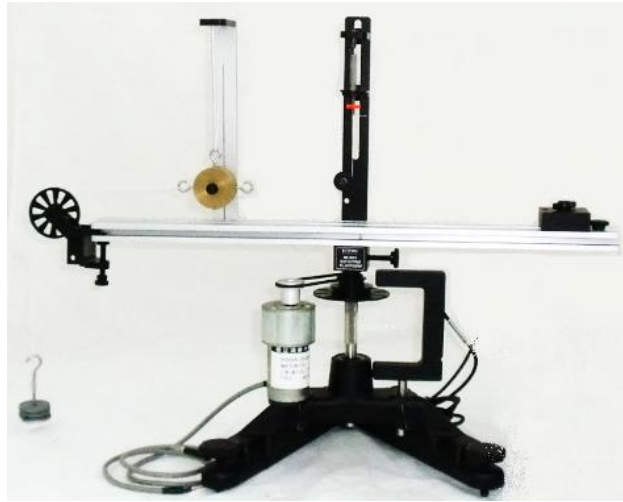


實驗 3：向心力實驗

Lab 3: Centripetal Force

編撰：國立清華大學物理系普物實驗課程團隊，版本：V2



一、目的

本實驗以馬達控制轉速使物體作等速率圓周運動，探究物體質量 M 、繞行週期 T 、繞行半徑 r ，和物體向心力 F_c 之間的關係。

二、原理

圓周運動為自然界常見的運動模式，大至宇宙中星體的繞行、小至原子內電子的運動，車輛的轉彎、遊樂場中摩天輪的旋轉運動等等，皆與圓周運動有關。當物體作等速率的圓周運動時，需要一個與運動方向垂直的力使物體轉彎，此力指向圓周運動的圓心，稱為向心力。

等速率圓周運動(uniform circular motion)指物體以固定速率沿圓形路徑繞行的運動。雖然物體的速率保持固定，但速度方向持續改變，因此物體仍具有加速度。此加速度大小固定、方向始終指向圓心，稱為向心加速度 a_c 。當質量為 M 的物體在半徑 r 的圓周路徑上，以等速率 v 作水平圓周運動時，向心加速度的大小 a_c 為

$$a_c = \frac{v^2}{r} \quad (1)$$

其中，速率 v 與繞行週期 T 、繞行半徑 r 及繞行角速率 ω 間的關係為

$$v = \omega r = \frac{2\pi}{T} r \quad (2)$$

根據牛頓第二運動定律 $\vec{F} = M\vec{a}$ ，物體有加速度，必有一淨力作用在此物體上，淨力的方向與加速度方向相同。因此，物體作圓周運動時，其所受的淨力指向圓周運動的圓心，故稱之為向心力 (Centripetal Force)。

向心力 F_c 的大小為：

$$F_c = M a_c = M \frac{v^2}{r} = M \omega^2 r = M \frac{4\pi^2}{T^2} r \quad (3)$$

實驗時，旋轉體所需的向心力 F_c 由繩張力提供，若忽略繩的質量及滑輪摩擦，繩上各處張力大小相同，則此張力等於彈簧的彈力，其大小可由彈簧的伸長量決定。如果先藉由另一懸掛質量為 m 的物體去拉伸彈簧，平衡時可得彈力 (F_s) 與重力 (mg) 相等。標記此時彈簧的伸長位置，然後取下懸掛質量 m ，改讓質量為 M 的物體 (旋轉體) 作等速率圓周運動，當彈簧的伸長位置回到相同的標記處時，表示此時的向心力 F_c 與先前標示處的彈力 (F_s) 相等，也與先前懸掛質量的重力 (mg) 相等。亦即，標記回到原處時

$$F_c = M \frac{4\pi^2}{T^2} r = m g \quad (4)$$

本實驗分別改變 (a) 旋轉體的質量 M 、(b) 向心力 F_c ，以及 (c) 繞行半徑 r 等三個物理量，進行等速率圓周運動，量測運動的週期 T ，探究各物理量之間的關係是否與關係式 (3) 相符。

三、實驗器材

圖 1 為主要實驗裝置的照片，各物件名稱如下：

- | | |
|--------------------------------------|-----|
| 1. A 型基座 (“A” base) | 1 座 |
| 2. 旋轉平台 (rotating platform) | 1 支 |
| 3. 中心支架 (center post) | 1 支 |
| 4. 側支架 (side post) | 1 支 |
| 5. 旋轉體 (100 g × 1 + 50 g × 2) (mass) | 1 組 |
| 6. 側滑輪 (clamp-on pulley) | 1 組 |
| 7. 細繩 (thread) | 數條 |
| 8. 砝碼組 (weight) | 1 組 |
| 9. 直流馬達 (DC motor) | 1 組 |
| 10. 光電閘 (Photogate) | 1 支 |
| 11. 平衡配重 (300 g) (square mass) | 1 個 |

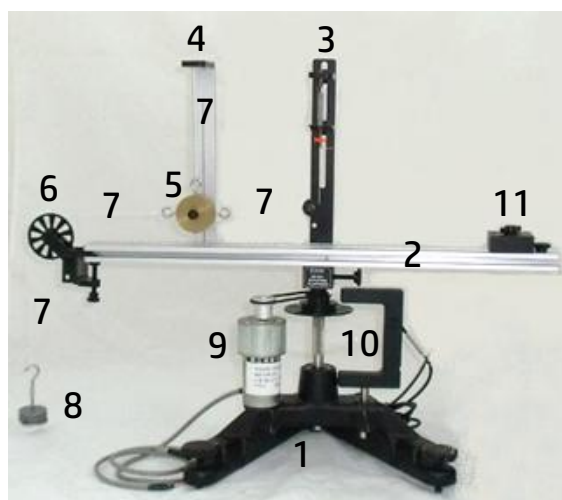


圖 1、向心力實驗裝置。

照片中的器材以外，還有其他需要的器材，例如：

- | | |
|-------------------------------|-----|
| 12. 水平儀 (level) | 1 個 |
| 13. Arduino 控制盒 | 1 組 |
| 14. 直流電源供應器 (DC power supply) | 1 台 |
| 15. 筆電 (每組自備) | |

註：需要在筆電上開啟試算表軟體(例如 Excel)，做實驗數據分析處理。

四、實驗裝置

以下說明包含實驗裝置的使用方式及操作注意事項，實驗前務必閱讀及理解。

(一) 旋轉平台的水平調整：

實驗需要旋轉平台保持水平狀態。如果旋轉平台不是水平，將會影響實驗結果。

可用水平儀或按下列原則調整水平：

1. 架設系統如圖 2-1、圖 2-2。將旋轉平台固定到轉軸上，將約 300 克的平衡配重放在旋轉平台的任何一邊，拴緊螺絲。
2. 將水平儀放在旋轉平台上，個別調整 A 型基座兩腳的螺絲 (水平螺絲)，使水平儀氣泡在中央 (水平處)。調整水平螺絲時，可使旋轉平台沿著該水平螺絲的方向，如圖 2-2，較易觀察到水平變化。
3. 若沒有水平儀，可觀察旋轉平台(一邊有加配重塊)在調整水平螺絲時是否會往某一邊傾斜偏轉。若有的話，表示那一方向過高(或過低)，需再調整水平螺絲。
4. 確認旋轉平台成水平。不論轉到哪個方向，旋轉平台都可停止不動，水平儀氣泡都在正中央。

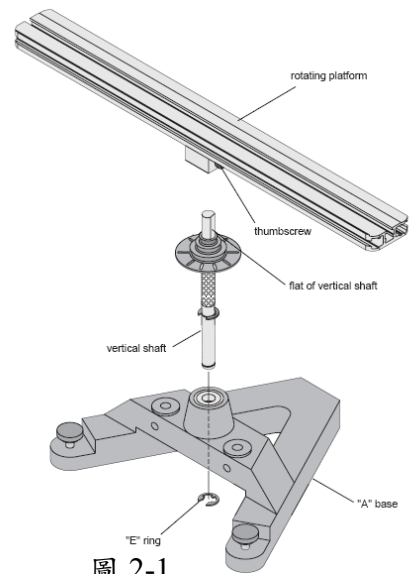


圖 2-1

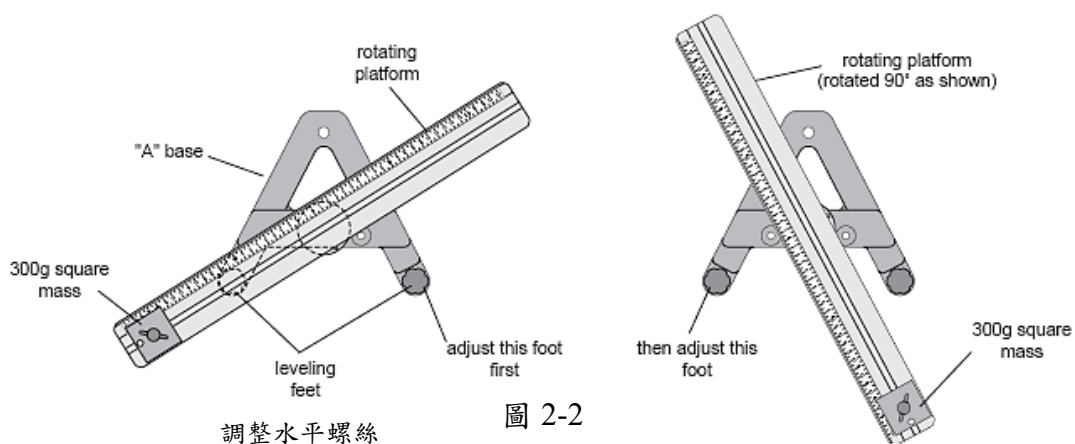


圖 2-2

(二) 安裝光電閘

1. 將光電閘裝設在 A 型基座上 (參考圖 1)，光電閘不能觸碰到轉軸輪 (編碼器轉輪)。
2. 微調光電閘的高度與方向，讓光電閘開門的紅外線光束可以順利 通過/不通過 編碼器轉輪上的孔洞，可以利用觀察光電閘上 LED 指示燈來得知是否偵測正確。
3. 將光電閘接上 Arduino 控制盒，輕輕慢轉旋轉平台，測試控制盒上的液晶螢幕是否可以讀到轉動角速度或轉動週期的數據。

(三) 安裝馬達

先取下旋轉平台。將馬達裝設在 A 型基座的另一孔上 (參考圖 1)。套上橡皮圈時，應注意橡皮圈 (O 型環) 是否套在合適的轉輪溝槽中。可微調馬達位置，使橡皮圈的鬆緊適當，然

後用螺絲固定馬達位置。

馬達的轉速可用直流電壓的大小控制。但要注意，供給馬達的電壓、電流有上限（重要規格通常會標示在馬達標籤上），若過大會使馬達受損，此外，本實驗因為不需要很高的轉速，因此不需要供給太大的電壓給馬達。

注意：開啟電源供應器電源以前，務必先確認輸出電壓為零（若為旋鈕式，則將旋鈕逆時針轉到輸出最小），做完實驗時也務必要確實將電壓調至零，以免電源供應器啟動時，突然輸出過高的電壓，使馬達受損，或使馬達轉速過快，而造成實驗器材甩出傷人的危險。

先確認直流電源供應器電壓輸出設定為 0（且輸出為關閉狀態 Output Off），再連接馬達與電源供應器，馬達兩端接到電源供應器正極（+）、共極（COM）。將直流電源供應器的電流上限（+Iset 值）設為 **0.2 A**，電壓輸出先設為 **1.0 V**，啟動電源供應器輸出（Output），觀察馬達是否能順利帶動轉軸轉動。可以逐步些許增加電壓（+Vset 值）。每次設定完電壓，要等至少 15 秒讓系統轉速穩定，再觀察轉速是否到達實驗條件。

要注意馬達轉速是否過快，電壓不可接近馬達規格限制。關閉輸出以前，要先將電壓設定改為 0 V。若對電源供應器的使用方式不熟，請先閱讀相關操作說明。

（四）向心力配件組合

1. 將旋轉平台放到轉軸上，並用螺絲固定。由旋轉平台的 T 型槽（有刻度側邊）將中心支架置入，對準旋轉平台上正中間的原點刻線（zero mark），確認中心支架角度垂直，再拴緊螺絲。由旋轉平台的 T 型槽將側支架置入，在距離中央原點約 15 公分處以螺絲垂直固定。如圖 3 所示。

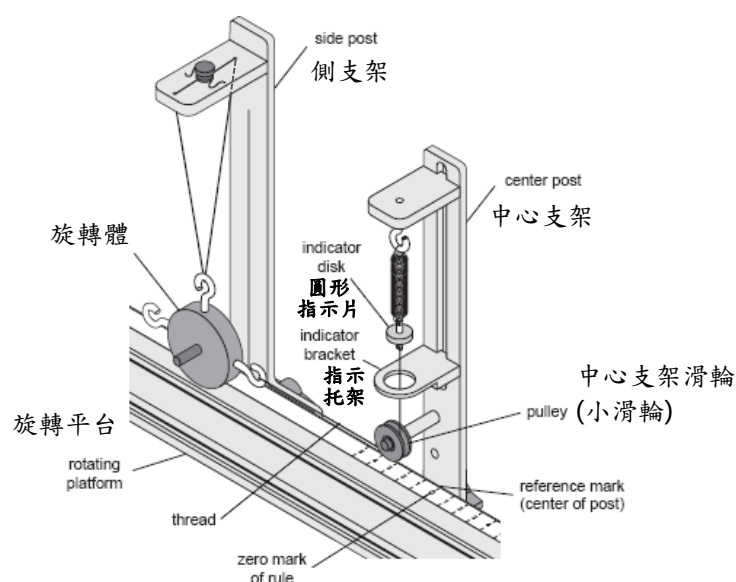


圖 3、向心力實驗裝置圖。

2. 將小彈簧，圓形指示片掛於中心支架上，如圖 4。將旋轉體中心掛勾以繩線綁於側支架上，一端掛勾以線拉至中心支架，經由中心支架的小滑輪綁於圓形指示片下。旋轉體另一端掛勾綁線，經過側滑輪後下掛砝碼。側滑輪高度要微調，使線水平。各線線

長均預留調整長度。實驗時注意小彈簧不可拉伸過長，以免超過彈性限度。

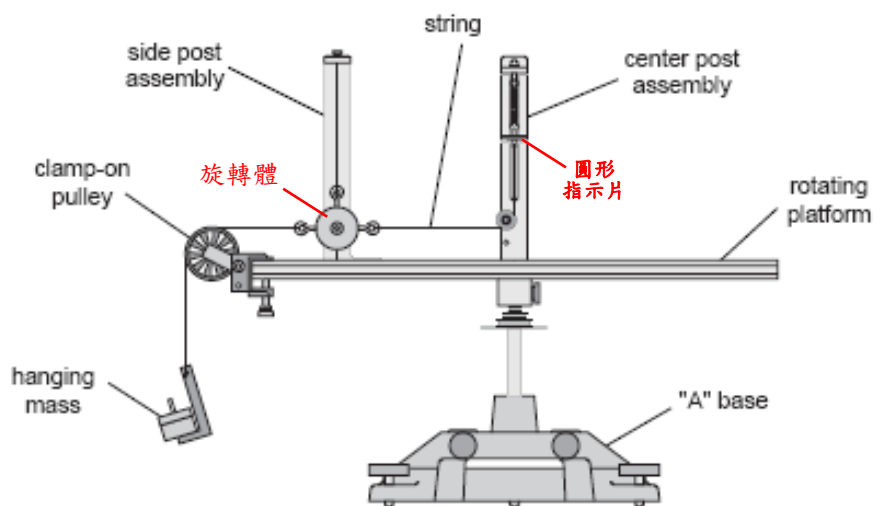


圖 4、實驗裝置示意圖。先藉由另一懸掛質量為 m 的物體去拉伸彈簧，平衡時可得彈力 (F_s) 與重力 (mg) 相等。標記此時彈簧的伸長位置(移動指示托架去對齊圓形指示片)，然後取下懸掛質量 m ，改讓質量為 M 的物體 (旋轉體) 作等速率圓周運動，當彈簧的伸長位置回到相同的標記處時，表示此時的向心力 F_c 與先前標示處的彈力 (F_s) 相等，也與先前懸掛質量的重力 (mg) 相等。

注意事項

- (1)實驗過程中，若出現數據上下震盪的情況時，可調整平衡配重位置，使系統穩定，較易於讀取穩定數據。
- (2)實驗過程中，切勿將電源供應器的輸出電壓調得過大，以免旋轉平台上的零件因旋轉太快而突然飛脫出去，造成嚴重的危險和傷害。

五、實驗步驟

實驗(一) 改變旋轉體質量 (固定旋轉半徑與向心力)

1. 這部分實驗是固定旋轉體的繞行半徑 r 與向心力 $F_c = mg$ ，但使用不同的旋轉體質量 M ，測得其對週期 T 的影響。依據公式(4): $F_c = M \frac{4\pi^2}{T^2} r = mg$ ，可得週期平方正比於旋轉體質量: $T^2 = \left(\frac{4\pi^2 r}{mg}\right) M$ ，若將橫軸(x 軸)以 旋轉體質量 M 、縱軸(y 軸)以 週期平方 T^2 作圖，其斜率 s 應等於 $\frac{4\pi^2 r}{mg}$ 。
2. 選擇一旋轉體，以電子秤測量其質量 M ，記錄在表 3.1 中。(建議先做 M 較小的條件)
3. 選擇一懸掛物質量 m ，用來決定要測量的向心力條件。以電子秤測量其質量 m ，記錄在表 3.1 中。(註: 質量 m 包含掛勾及其上的砝碼質量。)(注意: 懸掛物質量要適當，不可使中央的小彈簧拉伸太長。)
4. 參考圖 4，選擇適當的繞行半徑 r ，將側支架(side post)用螺絲拴緊在這個選定的位置上，將半徑記錄在表 3.1 中。(例如 $r \approx 15\text{ cm}$ ，實際的半徑要在固定側支架後再測量確認，未必剛好 15.00 cm)
5. 將旋轉體中心掛勾以繩線懸掛於側支架上，旋轉體右端掛勾以繩線拉至中心支架，經由小滑輪綁於圓形指示片下，旋轉體左端掛勾綁繩線經過側滑輪後下掛懸掛物。

6. 參考圖 4，調整小滑輪高度與各處繩線，使旋轉體必須垂直懸掛，且左右繩線均呈水平狀態。
7. 上下移動中心支架上之指示托架，對齊圓形指示片的位置。
8. 移除側滑輪懸掛之懸掛物質量。
9. 利用電源供應器驅動直流馬達，轉動裝置。務必先閱讀前面 (三)安裝馬達 的電源供應器使用說明。
10. 逐步調整供電電壓，增加系統轉速(每次調整後，要等轉速穩定，再確認是否上調)，使得圓形指示片能夠再次對齊指示托架的位置。此時旋轉體再次回到垂直懸掛狀態，且半徑回到原先設定值。由於彈簧回到先前標記的伸長位置，因此此時旋轉體所受的向心力大小等於先前懸掛物的重量。
11. 保持這個轉速，利用光電閘及 Arduino 處理器測量轉動週期 T ，記錄在表 3.1 中。
12. 將供電電壓設回 0 V，使系統停止轉動。
13. 改變旋轉體的質量 M ，以電子秤測量其質量 M 。維持繞行半徑 r 與向心力 $F_c = mg$ 保持固定不變，重複上述 9-12 步驟，將週期 T 記錄在表 3.1 中。
14. 以 旋轉體質量 M 為橫軸(x 軸)，週期平方 T^2 為縱軸(y 軸)作圖，得到數據的線性擬合線方程式。(註：方程式 $y = ax + b$ ， a 為斜率值。可思考擬合時是否將截距 b 設為 0。)
15. 所得斜率值理論上應等於 $\frac{4\pi^2 r}{mg}$ 。計算實驗所得的斜率與 $\frac{4\pi^2 r}{mg}$ 之間的百分偏差(percent deviation from the theoretical or reference value)。

$$\text{百分偏差} = \frac{\text{實驗值} - \text{理論值}}{\text{理論值}} \times 100\%$$

(註：此值可能為正或負。理論值是作為參考的數值，在此可使用 $\frac{4\pi^2 r}{mg}$ ，將實驗測量到的 r 與 m 帶入計算， g 則帶入 9.80 m/s^2 。實驗值則使用擬合得到的斜率值)

表 3.1、改變旋轉體質量 M

在側滑輪上的懸掛物質量 $m =$

向心力 $F_c = mg =$

旋轉體旋轉半徑 $r =$

旋轉體質量 M (g)	M (kg)	週期 T (s)	週期平方 T^2 (s ²)

(註：上表僅供參考，學生應自行在試算表上設計實驗表格，做實驗紀錄與計算分析。)

註：實驗記錄時，原始數據值的紀錄欄位建議用讀取數據時的單位，例如公克(g)。但另外加上一個單位換算過的欄位，其使用公制單位，例如公斤(kg)便於後續計算。

數據分析說明

1. 掛在滑輪上的質量的重量等於施加的向心力。將砝碼質量 m 乘以 g 求出向心力。
2. 亦可利用公式 $F_c = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2}$ ，計算每一實驗條件的向心力 F_c 。
3. 可比較實驗所得的向心力 $F_c = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2}$ 與實驗設定的向心力 mg 之間的百分偏差。

實驗(二) 改變向心力（固定旋轉半徑與旋轉體質量）

1. 這部分實驗是固定旋轉體的繞行半徑 r 與旋轉體質量 M ，但懸掛不同的質量 m ，亦即改變設定的向心力 $F_c = mg$ ，測得其對週期 T 的影響。依據公式(4): $F_c = M \frac{4\pi^2}{T^2} r = m g$ ，可得懸掛物的質量 m 與週期平方的倒數 $\frac{1}{T^2}$ 成正比: $\frac{1}{T^2} = \left(\frac{g}{4\pi^2 M r}\right) m$ 。若將懸掛物質量 m 作為橫軸(x 軸)，以 週期平方的倒數 $\frac{1}{T^2}$ 作為縱軸(y 軸)，其斜率 s 應等於 $\frac{g}{4\pi^2 M r}$ 。
2. 選擇一旋轉體，以電子秤測量其質量 M ，記錄在表 3.2 中。(建議先做 M 較小的條件)
3. 選擇適當的繞行半徑 r ，記錄在表 3.2 中。建議延用實驗(一)的半徑，以利於實驗比較。
4. 選擇不同於實驗(一)的懸掛物質量 m 進行實驗。當懸掛的物體重量改變，拉力較大或較小時，旋轉體會被往外或往內拉。為使旋轉體維持在垂直懸掛的狀態，可調整中心支架上固定彈簧的彈簧掛鉤高度。當旋轉體回到垂直懸掛，且左右繩線均呈水平狀態時，上下移動中心支架上之指示托架，對齊圓形指示片的位置。
5. 移除側滑輪懸掛之懸掛物質量。逐漸增加馬達電壓，使系統轉動。當圓形指示片再次對齊指示托架，測量此時的轉動週期 T ，記錄在表 3.2 中。
6. 改變懸掛物質量 m ，重複上述 4-5 步驟。得到 **5 組** 不同向心力的實驗結果。
(註: 若使用跟實驗(一)一樣的 M 與 r ，則實驗(二)只要選取不同的 m 做 4 次實驗。可以多思考如何設定實驗條件，以更有效率的進行實驗。)
7. 將 懸掛物質量 m 作為橫軸(x 軸)，以 週期平方的倒數 $\frac{1}{T^2}$ 作為縱軸(y 軸) 作圖，得到數據的**線性擬合線方程式**。(註: 方程式 $y = a x + b$ ， a 為斜率值。可思考擬合時是否將截距 b 設為 0。)
8. 所得斜率值理論上應等於 $\frac{g}{4\pi^2 M r}$ 。計算實驗所得的斜率與 $\frac{g}{4\pi^2 M r}$ 之間的百分偏差。

表 3.2、改變懸掛物質量 m

旋轉體的質量 $M =$

旋轉體旋轉半徑 $r =$

懸掛物質量 m (g)	m (kg)	週期 T (s)	週期平方的倒數 $1/T^2$ (1/s ²)

(註: 上表僅供參考，學生應自行在試算表上設計實驗表格，做實驗紀錄與計算分析。)

數據分析說明

1. 掛在滑輪上的質量的重量等於施加的向心力。將砝碼質量 m 乘以 g 求出向心力。

2. 亦可利用公式 $F_c = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2}$ ，計算每一實驗條件的向心力 F_c 。
3. 可比較實驗所得的向心力 $F_c = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2}$ 與實驗設定的向心力 mg 之間的百分偏差。

實驗(三) 改變旋轉半徑(固定向心力與旋轉體質量)(選用，教師可指定是否進行此部分實驗)

1. 這部分實驗是固定旋轉體質量 M 與向心力 $F_c = mg$ ，但改變旋轉體的繞行半徑 r ，測得其對週期 T 的影響。依據公式(4): $F_c = M \frac{4\pi^2}{T^2} r = mg$ ，可得 $T^2 = \left(\frac{4\pi^2 M}{mg}\right) r$ 。若將繞行半徑 r 作為橫軸(x 軸)，週期平方 T^2 作為縱軸(y 軸)，其斜率 s 應等於 $\frac{4\pi^2 M}{mg}$ 。
2. 可沿用實驗(一)或實驗(二)所選擇的一組 m 、 M ，懸掛質量 m ，但移動側支架固定的位置，亦即調整繞行半徑 r 。由於改變了半徑，原本垂直懸掛旋轉體的繩線會偏斜，為使旋轉體回到垂直懸掛的狀態，可調整中心支架上固定彈簧的彈簧掛鉤高度，也可以調整旋轉體與彈簧之間的繩線長度，使旋轉體垂直懸掛，且左右繩線均呈水平狀態。將繞行半徑 r 記錄在表 3.3 中。
3. 上下移動中心支架上之指示托架，對齊圓形指示片的位置。
4. 移除側滑輪懸掛之懸掛物質量。逐漸增加馬達電壓，使系統轉動。當圓形指示片再次對齊指示托架，測量此時的轉動週期 T ，記錄在表 3.3 中。
5. 改變繞行半徑 r ，重複上述 2-4 步驟。得到 **5 組** 不同繞行半徑 r 的實驗結果。(註：教師可指定實驗次數。)
6. 將繞行半徑 r 作為橫軸(x 軸)，週期平方 T^2 作為縱軸(y 軸) 作圖，得到數據的**線性擬合線方程式**。(註：方程式 $y = ax + b$ ， a 為斜率值。可思考擬合時是否將截距 b 設為 0。)
7. 所得斜率值理論上應等於 $\frac{4\pi^2 M}{mg}$ 。計算實驗所得的斜率與 $\frac{4\pi^2 M}{mg}$ 之間的百分偏差。

表 3.3 改變旋轉半徑

在側滑輪上的懸掛物質量 $m =$

向心力 $F_c = mg =$

旋轉體的質量 $M =$

繞行半徑 r (cm)	r (m)	週期 T (s)	週期平方 T^2 (s ²)

(註：上表僅供參考，學生應自行在試算表上設計實驗表格，做實驗紀錄與計算分析。)

五、問題與討論

1. 依據你的實驗數據，若實驗結果與理論值之間有差異，試說明可能產生此差異的原因。可以的話，嘗試量化此因素的影響。

2. 由實驗(一)步驟 15 的斜率分析，可得到百分偏差。在實驗(一)數據分析第 3 點，亦可得到百分偏差。兩者有何差別？
3. 在實驗中，固定輸入馬達的電壓時，若此時發現圓形指示片持續上下振盪，不易穩定，請說明造成此現象的可能原因。
4. 實驗(一)、實驗(二)或實驗(三)中，你得到的數據作圖，是否都吻合理論上通過原點的直線？如果沒有通過原點，推測可能的原因。